

Propuesta de Proyecto Divisional (CNI)

Sistemas dinámicos para abordar problemas de aplicación relacionados con algunos problemas nacionales.

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas
División de Ciencias Naturales e Ingeniería
Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Cuajimalpa
Mayo 2022

1. Portada

1.1 Título del proyecto

Sistemas dinámicos para abordar problemas de aplicación relacionados con algunos problemas nacionales.

1.2 Línea de investigación del Cuerpo Académico o Grupo de Investigación, o de Posgrado

Modelado, análisis y simulación de sistemas dinámicos

“Esta línea de investigación involucra el estudio, solución y simulación de modelos matemáticos que describen fenómenos tales como la propagación de enfermedades, relaciones humanas, misiones espaciales, interacción entre especies, difusión de contaminantes, evolución de tumores, etc., así como el desarrollo y aplicación de métodos analíticos, cualitativos, numéricos, topológicos, variacionales, entre otros.”

1.3 Responsable del proyecto, participantes y adscripción

Dra. Elsa Báez Juárez

(Responsable)

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas, DCNI-UAMC.

Entre sus principales intereses de investigación se encuentran: el modelado y simulación del flujo de fluidos térmicos/isotérmicos en cavidades rectangulares, la transferencia de calor por convección natural en medios libres y porosos, el desarrollo de esquemas numéricos para resolver las ecuaciones diferenciales parciales, de tipo parabólico, relacionados con el flujo de fluidos.

Dra. Diana Assaely León Velasco

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas, DCNI-UAMC.

Sus principales áreas de interés son: el estudio teórico-numérico de problemas de control que involucran ecuaciones diferenciales parciales de tipo parabólico, solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales, principalmente relacionadas con reacción-difusión y

advección. Estudio de problemas inversos modelados con ecuaciones diferenciales. Simulación y modelado matemático de problemas relacionados con ecuaciones diferenciales.

Dr. Luis Franco Pérez

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas, DCNI-UAMC.

Sus principales áreas de investigación son: el estudio de problemas teóricos y aplicados desde el punto de vista de los sistemas dinámicos, de orden entero y fraccional, particularmente relacionados con la Mecánica Celeste, la Biomatemática y la Epidemiología.

Dr. Sergio Hernández Linares

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas, DCNI-UAMC.

Su principal trabajo de investigación involucra el Análisis no Lineal aplicado a Ecuaciones Diferenciales Parciales no Lineales, específicamente relacionados con el estudio de la existencia, unicidad y multiplicidad de soluciones de ecuaciones diferenciales, que modelan problemas de aplicación en diversas área del conocimiento, aplicando para ello conceptos y herramientas del Análisis Funcional, Teoría de Punto Fijo, Métodos Variacionales, Métodos Topológicos, Teoría de Morse, y Teoría de Puntos Críticos entre otros.

1.4. Orientación

- Investigación básica (x)
- Investigación aplicada (x)
- Desarrollo o adaptación (x)
- Transferencia de tecnología ()
- Desarrollo de tecnología ()
- Otros (), especificar: _____

1.5. Fecha de inicio y duración

Inicio: 9 de enero de 2023.

Duración: 2 años

2. Propuesta

2.1 Resumen

Muchos fenómenos y problemas que surgen en diversas disciplinas y campos del conocimiento y de la actividad humana pueden considerarse como aplicaciones de sistemas

dinámicos, un área de las matemáticas que estudia el comportamiento de sistemas que dependen de una magnitud llamada variable independiente que comúnmente, aunque no de manera exclusiva, representa el tiempo. Las técnicas de análisis y herramientas matemáticas que se utilizan en el contexto de los sistemas dinámicos, permiten una mejor comprensión del fenómeno bajo estudio y de sus características, así como extraer información relevante del mismo, con lo cual es posible estimar y predecir su comportamiento. La gran diversidad de aplicaciones de los sistemas dinámicos involucra desde fenómenos macroscópicos, hasta aquellos que se dan a niveles nanométricos, y que surgen de manera natural en el campo de la industria, la ingeniería, la ciencia, e incluso en la actividad e interacción humana, entre muchos otros.

En el presente proyecto se propone utilizar, ampliar y/o desarrollar técnicas y herramientas propias de los sistemas dinámicos para estudiar, reproducir y predecir el comportamiento de problemas de aplicación, descritos a través de modelos matemáticos apropiados, relacionados con algunas temáticas nacionales de interés, particularmente en las áreas de la salud, seguridad humana, sistemas socio-ecológicos, y energía y cambio climático. Situaciones específicas de los fenómenos estudiados serán analizadas considerando ciertos valores de los parámetros involucrados

2.2 Antecedentes

Los sistemas dinámicos constituyen una rama de las matemáticas que se encarga de estudiar problemas, fenómenos y situaciones cuyo estado evoluciona en el tiempo. Dentro de la teoría de los sistemas dinámicos, se define un sistema como un conjunto de elementos que interactúan entre sí, mediante conexiones y relaciones internas, las cuales proporcionan la estructura del sistema. Ejemplos de lo anterior son las relaciones interpersonales y los ecosistemas; en el primer caso la estructura depende del tipo de relación (laboral, romántica, familiar, etc.) entre los individuos que conforman el sistema, de la actividad que realizan, del cargo o posición que ocupan dentro del mismo y de su estado de salud, entre otras variables, mientras que en el segundo la estructura depende de variables tales como la cantidad de alimento, de nacimientos y muertes de individuos en la población, entre otras.

La manera en que las variables cambian en el tiempo describe el comportamiento del sistema dinámico. En el caso de las relaciones interpersonales, por ejemplo, amorosas, dicho comportamiento estará dado por la dinámica que se establece a partir del tipo e intensidad de los sentimientos de los individuos y de la cantidad de personas involucradas en la relación, así como a la influencia de la familia, entre otros elementos. En el caso de un ecosistema, el comportamiento estará determinado por la cantidad de nacimientos y muertes dentro de la población, y por la influencia de diversos factores, tales como las características del medio ambiente y la presencia de depredadores.

Una de las preguntas a resolver es cómo pequeños cambios en el sistema, o en una parte de él, afectan el comportamiento completo del mismo. Por ejemplo, se puede analizar cómo la pérdida de trabajo, o sacarse la lotería, afecta las relaciones afectivas o amorosas de un individuo. En el caso de un ecosistema, es posible entender cómo un incendio o la caza de

alguna de las especies involucradas afecta el equilibrio del sistema, llegando incluso a la extinción de alguna de ellas.

Los sistemas dinámicos pueden clasificarse en continuos y discretos, dependiendo de si estos cambian de manera continua, o por lapsos de tiempo. Matemáticamente, los sistemas dinámicos continuos comúnmente son modelados mediante ecuaciones diferenciales, ordinarias o parciales, mientras que los discretos son modelados por ecuaciones en diferencias.

Un sistema dinámico puede involucrar parámetros (que representan constantes físicas, de control, o de otro tipo), mismas que expresan características o propiedades del sistema que pueden variar, y que permiten analizar, entre otras cuestiones: los cambios que el fenómeno bajo estudio presenta, el efecto de pequeñas perturbaciones sobre el sistema, así como el diseño de estrategias de control.

Una de las herramientas y técnicas para estudiar los sistemas dinámicos es la Teoría Cualitativa de Ecuaciones Diferenciales, la cual tiene sus orígenes a finales del siglo XIX, cuando el matemático francés Henry Poincaré propuso analizar los sistemas dinámicos que surgieron durante sus estudios de la Mecánica Celeste, relacionados con las órbitas periódicas del problema de tres cuerpos, proponiendo centrarse en las propiedades cualitativas de las soluciones de dichos sistemas, ya que determinar las soluciones explícitas de éstos, por lo general resulta ser una tarea difícil o incluso imposible de lograr. Sin embargo, las herramientas para analizar los sistemas dinámicos se han incrementado como consecuencia del trabajo de diversos investigadores e involucra elementos de ecuaciones diferenciales, métodos numéricos, análisis, geometría, computación y topología, entre otros.

A partir del análisis de las ecuaciones que describen la evolución de un sistema dinámico, es posible predecir el estado del mismo en un momento dado y, con ello, dar respuesta a problemas que surgen en diversas áreas del conocimiento y del mundo real, tales como la física, la biología, las matemáticas, la economía, la medicina, la sociología, las finanzas, la climatología, la oceanografía, la ingeniería, la industria, etc. Actualmente, los sistemas dinámicos constituyen una importante rama de las matemáticas que tiene amplia aplicación en diversas actividades, sectores y campos del conocimiento humano. Ejemplos de este tipo de aplicaciones de sistemas dinámicos en los que existe gran interés en el mundo actual son: estudios acerca de la dispersión de contaminantes, el control de bioprocesos, la determinación de las ganancias de inversiones financieras, la predicción del clima en períodos de tiempo, la evolución y predicción de la población de diversas especies.

2.3. Objetivo general y objetivos específicos

Objetivo General

Analizar, modelar y aplicar conceptos y herramientas de sistemas dinámicos a problemas relacionados con temáticas nacionales actuales, así como construir y desarrollar la teoría relacionada.

Objetivos Particulares

Para lograr el objetivo general, a continuación, se describen los objetivos particulares que se pretenden alcanzar:

- 1) Desarrollo y construcción de teoría básica y numérica para el análisis y aplicación de modelos de sistemas dinámicos.
- 2) Desarrollo de modelos con incidencia en problemas dentro del ámbito de: la salud, la seguridad, sistemas socio-ecológicos, energía y cambio climático, educación, y cultura.
- 3) Creación de un grupo de investigación en el área de sistemas dinámicos.

2.4. Descripción, hipótesis y metodología.

Descripción

El proyecto de investigación consiste en el desarrollo y análisis de modelos matemáticos en el campo de los sistemas dinámicos para abordar temas en el contexto de los problemas nacionales estratégicos:

- Salud.
- Seguridad humana.
- Sistemas socio-ecológicos.
- Energía y cambio climático.

Este proyecto puede abarcar algunos aspectos de los problemas enlistados mediante:

- El estudio de la dinámica y estabilidad en problemas de n-cuerpos: órbitas de misiones espaciales, problemas restringidos, configuraciones centrales, coreografías, etc.
- El estudio de modelos de transmisión de una enfermedad en una población: brotes epidémicos, extinción de la enfermedad, control, estacionalidad, etc.
- El estudio de modelos poblacionales de especies: coexistencia, supervivencia y extinción, enfermedades de la población humana transmitidas por vector, etc.
- El estudio de la dinámica de modelos de comportamiento entre personas: comportamientos proactivos, adversos, en conflicto, dependencias conductuales, etc.
- El estudio de la dinámica de fluidos y transferencia de calor en medios libres y porosos: flujo de fluidos por convección natural, transferencia de calor, etc.
- El estudio acerca de la existencia y propiedades de soluciones de modelos descritos mediante ecuaciones diferenciales usando métodos variacionales y topológicos.

En esta propuesta se plantean modelos para describir algún fenómeno observado o teorizado. También se abordan modelos ya publicados y se realizan las modificaciones necesarias según el problema de interés.

Los resultados que se pretenden obtener comprenden modelación del fenómeno, estudios analíticos, estudios numéricos, desarrollo de técnicas analíticas y numéricas, mejoramiento de resultados previamente publicados, entre otros.

Hipótesis

Se aborda un fenómeno cuyo comportamiento varía respecto de una variable independiente. La descripción podría realizarse en términos de variables de estado que varían continuamente o discretamente respecto de la variable independiente y pueden depender entre ellas mismas también. Se asumen parámetros que permiten manipular el modelo, generalizarlo y obtener más detalle en el análisis correspondiente.

Metodología

- Planteamiento del problema a abordar.
- Búsqueda de información, conceptos y principales resultados sobre el problema de interés en la literatura especializada, así como problemas similares para obtener un entendimiento más amplio.
- Discusiones grupales sobre cómo abordar el problema.
- Comprensión de la problemática que se aborda.
- Desarrollo y/o aplicación y/o adaptación de resultados analíticos, cualitativos y numéricos para estudiar el problema.
- Discusiones grupales sobre los resultados parciales obtenidos.
- Exposición y divulgación de resultados obtenidos en foros académicos para obtener retroalimentación.
- Continuación del trabajo de investigación siguiendo los cuatro incisos anteriores iteradamente.
- Reporte de los principales resultados obtenidos para su posible publicación en medios impresos especializados con arbitraje y/o indizadas.

Las principales herramientas en el área de conocimiento que se utilizan son: la teoría analítica y cualitativa de ecuaciones diferenciales ordinarias y de ecuaciones diferenciales parciales, la teoría de las ecuaciones diferenciales de orden fraccionario, análisis matemático y funcional, teoría de bifurcaciones y del caos, teoría analítica y cualitativa de sistemas discretos, métodos y análisis numéricos correspondientes.

2.5. Formación de recursos humanos

Durante el desarrollo de este proyecto se tiene contemplado la participación de alumnos de licenciatura y posgrado de acuerdo con el esquema descrito a continuación:

- Al menos cuatro alumnos de licenciatura, desarrollando sus proyectos terminales.

- Al menos dos alumnos de licenciatura, desarrollando su servicio social.
- Al menos un alumno de posgrado, desarrollando su tesis de especialización, maestría o doctorado.

2.6. Productos esperados

Al concluir el presente proyecto, se espera obtener los siguientes resultados:

- Al menos dos artículos sometidos en revistas indizadas.
- Al menos un artículo de divulgación.
- Al menos un proceeding, memoria de congreso o capítulo de libro.
- Al menos cuatro participaciones en congresos y/o conferencias por año en eventos académicos nacionales o internacionales.
- Participación en la realización de un evento académico local al año.

2.7. Impacto esperado del proyecto (problemática nacional abordada)

El desarrollo de este proyecto permitirá crear el grupo de investigación, propiciando la generación y aplicación del conocimiento científico relacionado con la modelación matemática aplicada a algunos problemas de salud, seguridad, educación, sistemas socio-ecológicos, energía y cambio climático.

Impacto esperado del proyecto:

1. Desarrollar la metodología teórico-numérica de algunos **problemas nacionales** modelados mediante sistemas dinámicos, como lo son: energía y cambio climático (dinámica y estabilidad en problemas de n-cuerpos: órbitas de misiones espaciales, proyectos de telecomunicación y aspectos meteorológicos), salud (desarrollo teórico-numérico de modelos para el manejo, control, recurrencia y/o erradicación de enfermedades), sistemas socioecológicos (desarrollo teórico-numérico de modelos que expliquen la dinámica de cambio de los sistemas, es decir, la coexistencia, resiliencia, supervivencia y extinción de ciertas especies), seguridad humana (desarrollo de metodología para estudiar la dinámica de modelos de comportamiento entre personas).
2. Desarrollo de técnicas analíticas y numéricas para resolver los fenómenos y/o modelos de interés señalados en el punto anterior.
3. Formación de recursos humanos mediante la inclusión de estudiantes de licenciatura y posgrado en el desarrollo de modelos matemáticos relacionados con algunos

problemas nacionales. Asimismo, se tendrá un impacto en las UEA impartidas por los profesores participantes en este proyecto, ya que en la impartición de éstas se incluirán aplicaciones a problemas nacionales (abordadas en este proyecto) mediante la solución teórico-numérico de modelos matemáticos ideales.

4. Fortalecer el acceso universal al conocimiento y sus beneficios sociales, mediante la difusión y divulgación del conocimiento en diferentes medios.

2.8. Recursos necesarios para el proyecto:

Financiamiento e infraestructura física y humana actual en el proyecto.

Para el desarrollo del presente proyecto, se cuenta con los siguientes elementos:

- **Recursos humanos:** cuatro profesores-investigadores (los participantes del proyecto) y alumnos interesados en desarrollar su proyecto terminal, de investigación, tesis y/o servicio social en temas relacionados con el presente proyecto.
- **Infraestructura física:** equipo de cómputo con software especializado, así como pizarrones, aulas, laboratorios de cómputo y espacios para la discusión grupal, como el laboratorio de Inteligencia Artificial y Cómputo Móvil, en la Unidad Cuajimalpa de la UAM.
- **Financiamiento:**
Se solicitarán recursos económicos al DMAS para la participación de los profesores-investigadores en eventos académicos especializados, para la publicación de artículos que resulten del desarrollo del presente proyecto, y/o para la realización del evento académico anual propio del grupo de investigación, de acuerdo con la disponibilidad presupuestal del DMAS.

3. Calendario de actividades en períodos trimestrales.

	Período	Año 1			Año 2		
Actividades:		I	II	III	IV	V	VI
	Revisión bibliográfica de los temas a considerar.	X	X				
	Estudio de las bases de las técnicas de análisis y solución seleccionadas.	X	X	X			
	Modelado y análisis de los fenómenos estudiados.		X	X	X		
	Aplicación, Diseño e implementación de técnicas de análisis y solución a los modelos considerados.		X	X	X		

	Análisis de resultados, implementación de mejoras a las técnicas aplicadas.			X	X	X	X
	Reporte de resultados obtenidos.			X		X	X

4. Información para el seguimiento del proyecto

4.1 Calendarización de productos esperados a lo largo del proyecto

Producto	Año 1	Año 2
Formación de recursos humanos (nivel licenciatura)		
Servicio social	1	1
Proyecto terminal	2	2
Tesis de licenciatura		
Formación de recursos humanos (nivel posgrado) en curso		1
Publicaciones		
Artículo	1	2
Capítulos de libro		
Memorias o Proceedings		1
Difusión o Divulgación		
Congresos y/o conferencias	4	4
Otros		
Participación en la realización de un evento académico	1	1

4.2 Resultados esperados.

Al concluir este proyecto se esperan alcanzar los siguientes resultados.

- Creación de un grupo de investigación en Sistemas Dinámicos.
- Desarrollo de modelos en sistemas dinámicos que describen fenómenos en el contexto de los problemas nacionales.

- Experiencia y manejo adecuado de los métodos de análisis y solución de sistemas dinámicos.
- Contribuir a mejorar algunos de los métodos de análisis y solución existentes de sistemas dinámicos.
- Impacto del conocimiento adquirido y desarrollado en la impartición de algunas UEA, tales como Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Ecuaciones Diferenciales Parciales, Análisis, Métodos Numéricos, Álgebra Lineal I y II, Teoría de Control, Solución Numérica de EDP, Álgebra Lineal Numérica, Sistemas dinámicos, entre otras.

Referencias

- [1] Abicumaran Uthamacumaran. *A review of dynamical systems approaches for the detection of chaotic attractors in cancer networks*. Patterns, A Cell Press Journal (Open Access), 2(4): 1-37, 2021.
- [2] Brownthomas J. H., Whithams G., Morgan K. And Gehring C. A. *Complex Species Interactions and the Dynamics of Ecological Systems: Long-Term Experiments*. Science, 293(5530), 643-650, 2001.
- [3] Byrne H. M., Alarcón T., Owen R. R., Webb S. D. and Maini P. K. *Modelling aspects of cancer dynamics: a review*. Phil. Trans. R. Soc. A 364, 1563–1578, 2006.
- [4] Clark J. S., Scher C. L. and Swift M. *The emergent interactions that govern biodiversity change*. Proceedings of the National Academy of Sciences 117(29):202003852, 2020.
- [5] Corriero E. *A Systems Approach to Interpersonal Communication: Dynamical Systems and Nonlinear Techniques*. Conference: 100th Annual Meeting of the National Communication Association, 2014.
- [6] Fogel A. *Systems, Attachment, and Relationships*. Human Development, 43: 314-320, 2000.
- [7] Karakoc C., Clark A. T. and Chatzinotas A. *Diversity and coexistence are influenced by time-dependent species interactions in a predator–prey system*. Ecology Letters, 23: 983–993, 2020.
- [8] Lehman B. J., David D. M. and Gruber J. A. *Social and Personality Psychology*. Compass, 11(8) e12328, 2017.
- [9] Mohd Hafiz Mohd, Nur Afida Fasha Kamal Mohamed, and Nurul Diyana Mohd Abdullah. *Dynamical systems analysis of prey-predator interactions with group defence*. AIP Conference Proceedings **2184**, 060029, 2019.
- [10] Ozalp N. and Koca I. *A fractional order nonlinear dynamical model of interpersonal relationships*. Advances in Difference Equations 2012:189, 2012.

- [11] Rosen R. *On interactions between dynamical systems*. Mathematical Biosciences, 27(3-4), 299-307, 1975.
- [12] Saavedra S., Rohr R. P., Fortuna M. A., Selva N. and Bascompte J. *Seasonal species interactions minimize the impact of species turnover on the likelihood of community persistence*. *Ecology*, 97(4), pp. 865–873, 2016.
- [13] Shoda Y., Tiernan S. L. and Mischel W. *Personality as a Dynamical System: Emergence of Stability and Distinctiveness from Intra- and Interpersonal Interactions*. *Personality and Social Psychology Review*, 6(4): 316-325, 2002.
- [14] Zati Iwani Abdul Manaf and Mohd Hafiz Mohd. *Dynamical System Analysis of the Prey-predator Interactions involving Prey Refuge and Herd Behaviors in Preys*. *Malaysian Journal of Fundamental Applied Science (MJFAS)*, 18(1), 2022.

